

गुणोत्तर माध्य
Arithmetic mean

जब तीन राशियाँ गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो उनके माध्य की राशि अन्य दो राशियों का गुणोत्तर माध्य कहलाती है। उदाहरणार्थ, यदि a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में हों तो $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ अथवा $b^2 = ac$ अथवा $b = \sqrt{ac}$. अर्थात् b, a तथा c गुणोत्तर माध्य है।

दूसरे शब्दों में, दो राशियों का गुणोत्तर माध्य उन राशियों के गुणफल के वर्गमूल के बराबर होता है। अर्थात् दो राशियों का गुणफल के वर्गमूल को उन राशियों का गुणोत्तर माध्य कहते हैं।

दो राशियों के माध्य एक से अधिक (मान कि n) गुणोत्तर माध्य भी ज्ञात किये जा सकते हैं, जिसे कि $(n+2)$ पदों की श्रेणी गुणोत्तर श्रेणी होगी। उदाहरणार्थ, मान लीं राशि a तथा b के बीच में n गुणोत्तर माध्य हैं। अर्थात् दो राशियों के बीच n राशियाँ इस प्रकार से लिखी जा सकती हैं जिसे कि $(n+2)$ पदों की श्रेणी गुणोत्तर श्रेणी है।

यदि श्रेणी $a, x_1, x_2, \dots, x_n, b$ का सार्व अनुपात r हो तो $b = (n+2)$ वाँ पद $= ar^{n+1}$

$$\text{अथवा } r = \left(\frac{b}{a}\right)^{1/(n+1)}$$

$$\text{अतः } x_1 = a \left(\frac{b}{a}\right)^{1/(n+1)}$$

$$x_2 = a \left(\frac{b}{a}\right)^{2/(n+1)}$$

$$\dots$$

$$x_n = a \left(\frac{b}{a}\right)^{n/(n+1)}$$

Ex. -> (1.) 3 और 192 के बीच में 5 गुणोत्तर माध्य प्रविष्ट करें अर्थात् 3 और 192 के बीच 5 राशियाँ ऐसी ज्ञात करें जिन्हें इस प्रकार कनी 7 पदों की गुणोत्तर श्रेणी में हो।

(Insert 5 arithmetic mean between 3 and 192 i.e., insert 5 number of terms between 3 and 192 such that the whole series formed shall be in A.P.)

⇒ Suppose that arithmetic means is a, a_2, a_3, a_4, a_5
 (माना कि गुणोत्तर माध्य)

where $3, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 192$ are in A.P

where, $a = 3$ and 7th term $a_7 = 192$

$$\Rightarrow \frac{a_7}{a} = \frac{192}{3}$$

$$\Rightarrow r^6 = 64 \Rightarrow 2^6$$

$$\therefore r = 2$$

$$\therefore a_1 = ar = 3 \times 2 = 6$$

$$a_2 = ar^2 = 3 \times 2^2 = 12$$

$$a_3 = ar^3 = 3 \times 2^3 = 24$$

$$a_4 = ar^4 = 3 \times 2^4 = 48$$

$$a_5 = ar^5 = 3 \times 2^5 = 96$$

Ans

2. $2\frac{1}{4}$ तथा $\frac{4}{9}$ के बीच उदात्तानुपात किस प्रकार लिखें कि 5 उदात्तानुपात गुणोत्तर श्रेणी में हों।

⇒ माना कि शक्ति अनुपात = r

$$\text{पहला पद } a = 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\text{आतः पाँचवाँ पद } = \frac{4}{9} = ar^4 = \frac{9}{4} r^4$$

$$\Rightarrow r^4 = \frac{4 \times 4}{9 \times 9}$$

$$\therefore r = \left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} \right)^{1/4} = \frac{2}{3}$$

$$\text{आतः दूसरा पद } ar = \frac{9}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{तीसरा पद } ar^2 = \frac{9}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} = 1$$

$$\text{चौथा पद } ar^3 = \frac{9}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} \times \frac{8}{27} = \frac{2}{3}$$

Ans